



Експериментални задатак (20 поена)

Одређивање убрзања Земљине теже сложеним физичким клатном

1. Циљ експеримента

У овом експерименту користи се сложено физичко клатно са фиксирајућом осом ротације, коме се може мењати расподела масе, како би се одредило убрзање Земљине теже.

Физичко клатно се састоји од шипке масе  $m$  са подесивим ослоном масе  $m_0$  који омогућава клаћење и два цилиндрична тела масе  $m_1$  и  $m_2$ , слика 1. Тело  $m_1$  се помера дуж шипке, док се тело  $m_2$  фиксира на доњем крају шипке, као на слици 2 и 3. Када се клатно постави ослоном на платформу и пусти да осцилује, период осциловања ће зависити од позиције ослона и позиције цилиндричног тела  $m_1$ . Експеримент се састоји од проучавања зависности периода осциловања од растојања тела  $m_1$  од осе осциловања.

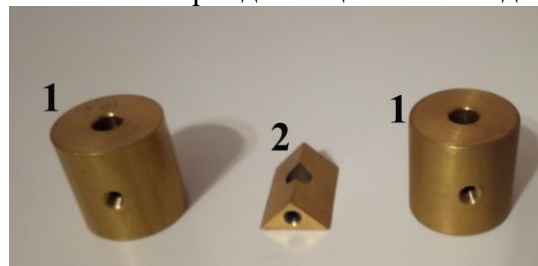
2. Експериментална поставка

На располагању су вам (Слика 2):

1. Сложено физичко клатно (Слика 1).
2. Имбус кључеви
3. Плексигласна платформа на коју се ослоном поставља клатно
4. Хронометар
5. Метар
6. Нонијус
7. Стеге за фиксирање плексигласне платформе

3. Опис апаратуре

Цилиндрични тегови и ослонац за клаћење се на шипку причвршћују завртњима, користећи имбус кључ. Позиционирајте тег или ослонац на жељено место и благо затегните завртањ кључем. Материјал од којег је апаратура направљена је месинг и његово својство је да спада у „меке“ материјале. То значи да завртањем превеликом силом можете оштетити навоје и онемогућити даљи рад експеримента. Наравно, ово није тако лако извести, али се ипак мора водити рачуна.



Слика 1. Сложено физичко клатно  
1. Цилиндрични тег  
2. Ослонац за клаћење  
3. Шипка



Слика 2. Експериментална апаратура





#### 4. Теорија

У случају малих осцилација, период осциловања  $T$  физичког клатна масе  $M$  и момента инерције  $I$  око осе осциловања је дат релацијом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}},$$

где је  $l$  растојање између осе осциловања и центра масе клатна.

#### 5. Експеримент

У овом експерименту познате су следеће масе:

- шипке  $m = 296,6 \text{ g}$
- ослонца  $m_0 = 21,1 \text{ g}$
- цилиндра  $m_1 = m_2 = 165,5 \text{ g}$
- дате масе имају грешку мерења  
 $\Delta m = \Delta m_0 = \Delta m_1 = \Delta m_2 = 0,5 \text{ g}$

**Задатак 1. (1 поен)** Изразити растојање  $l$  и момент инерције  $I$  око осе осциловања у функцији од растојања  $x$ - растојање цилиндра масе  $m_1$  од осе осциловања и осталих константи система. Користити координатни систем као на Слици 3. Момент инерције ослонца, као и растојање центра масе ослонца од осе осциловања сматрати занемарљивим.

Користити следеће ознаке:

$L$  - дужина шипке;

$x_0$  - растојање између ослонца и краја шипке на

којем је фиксирано тело  $m_2$ ;

$r_1$  и  $r_2$  - унутрашњи и спољашњи спољашњи

полупречник цилиндричних тела;

$h$  - висина цилиндричних тела

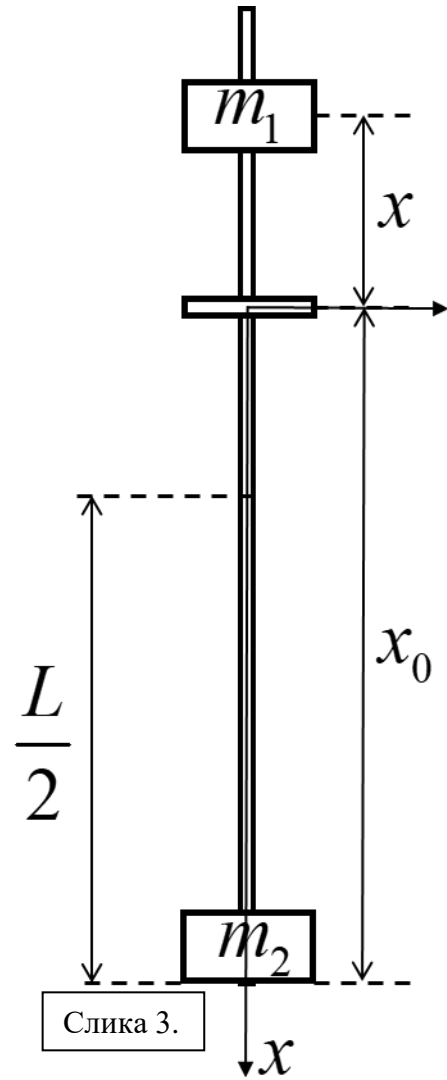
$M$  - укупна маса клатна

Израз за момент инерције цилиндричног тела са Слике 4., око осе која лежи у  $Oxy$  равни је

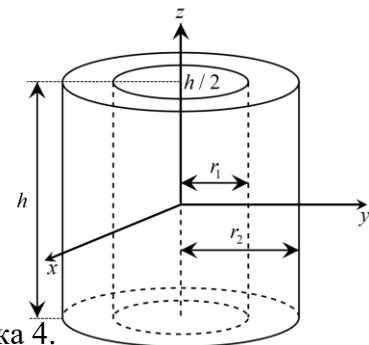
$$I_{Oxy} = \frac{m}{4}(r_1^2 + r_2^2) + \frac{mh^2}{12}.$$

Момент инерције око осе која пролази кроз центар масе

шипке и нормална је на њу износи  $I_{шипке} = \frac{mL^2}{12}$ .



Слика 3.



Слика 4.

Када урадите задатак 1, запишите изразе на приложеном папиру и позовите дежурног наставника. Дежурни наставник ће вам дати решење за овај део задатка, а прегледаће се папир који сте предали. Наставите са радом користећи добијене изразе.



14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.

**Задатак 2. (0,3 поена)** Како је период осциловања дат релацијом  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}}$ , написати

израз облика  $T^2 \cdot l(x) = \frac{4\pi^2}{Mg} \cdot I(x)$ . Слободне чланова функција  $I(x)$  и  $l(x)$  груписати и представити константама  $A$  и  $B$ .

**Задатак 3. (2,8 поена)** Извршити неопходна мерења димензија елемената које формирају физичко клатно. Цилиндрична тела су прављена да буду истих димензија. Међутим извесна одступања су могућа и због тога је потребно на одговарајући начин измерити димензије  $r_1$ ,  $r_2$  и  $h$  оба цилиндрична тела. Усредњити  $r_1$ ,  $r_2$  и  $h$  од оба цилиндрична тела и израчунати одговарајуће грешке. Надаље користити средње вредности димензија за оба тела. Табеларно приказати измерене и израчунате вредности са грешком мерења и правилно записати резултате.

**Задатак 4. (5 поена)** Причврстити тело  $m_2$  на доњи крај шипке. Ослонац причврстити тако да оса осциловања буде на  $x_0 = 45 \text{ cm}$  од доњег краја шипке (*ова ставка се бодује и узимање друге вредности не доноси бодове за ову ставку*). За причвршћивање тела користити одговарајуће имбус кључеве. Тела су од месинга, који је релативно „мекан“ материјал и не треба превеликом силом затезати завртње, како не би оштетили навоје, што ће онемогућити даљу израду експеримента. Поставити клатно на платформу и одредити периоде за различите позиције тела  $m_1$  померјући га од врха шипке ка њеном дну у одговарајућим корацима (како би сте поставили цилиндар  $m_1$  испод ослонаца, уклонити ослонац, поставити цилиндар и затим вратити ослонац). За координатни систем као на Слици 3 одредити период за **22 различите позиције тела  $m_1$** . За сваку позицију извршити **три независна мерења од по 20 осцилација**. Табеларно приказати измерене вредности са одговарајућим грешкама мерења и одредити усредњене периоде са одговарајућим грешкама.

**Задатак 5. (2,7 поена)** Нацртати график  $T$  у зависности од координате  $x$  са одговарајућим грешкама. Са графика очитати минимални период осциловања клатна и приказати вредност са припадајућом грешком. Очитати период осциловања када је  $x=0$  и одредити  $g$  са припадајућом грешком на основу израза за  $T$  када је  $x=0$ .

**Задатак 6. (6,9 поена)** Нацртати линеаран график  $T^2 \cdot l(x) = \frac{4\pi^2}{Mg} \cdot I(x)$ , цртајући на  $y$ -оси функцију  $T^2 \cdot l(x)$ . Графичком методом одредити коефицијент правца праве са одговарајућом грешком и израчунати убрзање силе Земљине теже. Резултат приказати са одговарајућом апсолутном и релативном грешком.



**14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.**



**Друштво физичара Србије**

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.**

**Задатак 7. (1,3 поена)** Са графика из Задатка 6. на основу одсечка на у оси одредити  $g$  са припадајућом грешком користећи израз из Задатка 6. Овај метод уноси велику грешку при одређивању убрзања Земљине теже.

**Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене**

Задатак припремили: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац и Владимир Чубровић

Рецензенти: доц. др Саша Симић и Милош Адамовић, ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичење ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

**Свим такмичарима желимо успешан рад и пуно успеха!!!**



14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.

Шифра ученика: \_\_\_\_\_

**Задатак 1.** У правоугаонике упишите решење Задатка 1 и подигните руку. По доласку дежурног наставника предајте му овај папир са ОБАВЕЗНО попуњеном шифром.

$I(x) =$

$l(x) =$



14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.

**Решење задатака 1.**

Момент инерције система је:

$$I = \frac{m}{12}L^2 + m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{m_1 h^2}{12} + \frac{m_1}{4}(r_1^2 + r_2^2) + m_1 x^2 + \frac{m_2 h^2}{12} + \frac{m_2}{4}(r_1^2 + r_2^2) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right)^2, \quad \text{где је}$$

заменарен момент инерције ослонца.

Растојање ослонца од центра масе система се може наћи из израза за укупни момент силе:

$$l = \frac{1}{M} \left[ m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right) + m_1 x \right], \quad \text{где је занемарен члан } m_0 x_0, \quad \text{где је } x_0 \text{ растојање центра}$$

маса ослонца од осе осциловања и  $M = m + m_0 + m_1 + m_2$  маса система.



14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.

Решење Експерименталног задатка (20 поена)

**Задатак 1. (1 поен)**

Момент инерције система је:

$$I = \frac{m}{12}L^2 + m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{m_1 h^2}{12} + \frac{m_1}{4}(r_1^2 + r_2^2) + m_1 x^2 + \frac{m_2 h^2}{12} + \frac{m_2}{4}(r_1^2 + r_2^2) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right)^2 \quad [0,5\text{п}], \quad \text{где}$$

је занемарен момент инерције ослонца.

Растојање ослонца од центра масе система се може наћи из израза за укупни момент силе:

$$l = \frac{1}{M} \left[ m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right) + m_1 x \right] \quad [0,5\text{п}], \quad \text{где је занемарен члан } m_0 x_0, \quad \text{где је } x_0 \text{ растојање}$$

центра масе ослонца од осе осциловања и  $M = m + m_0 + m_1 + m_2$  маса система.

**Задатак 2. (0,3 поен)**

Тражени израз је облика:

$$T^2 \left( B + \frac{m_1}{M} x \right) = \frac{4\pi^2}{Mg} (m_1 x^2 + A) \quad [0,1\text{п}],$$

где су константе

$$A = \frac{m}{12}L^2 + m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{m_1 h^2}{12} + \frac{m_1}{4}(r_1^2 + r_2^2) + \frac{m_2 h^2}{12} + \frac{m_2}{4}(r_1^2 + r_2^2) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right)^2 \quad [0,1\text{п}]$$

и

$$B = \frac{1}{M} \left[ m\left(x_0 - \frac{L}{2}\right) + m_2\left(x_0 - \frac{h}{2}\right) \right] \quad [0,1\text{п}]$$

**Задатак 3. (2,8 поена)**

Димензије елемената клатна:

Дужина шипке  $L = (70,0 \pm 0,05) \text{ cm} \quad [0,15\text{п}]$

Висина цилиндра може одступати и потребно је извршити барем по три мерења висине сваког цилиндра, наћи средњу вредност и потом максимално одступање од средње вредности. За грешку потребно је узети већу од вредности максималног одступања или грешке нонијуса,  $\Delta_N = 0,002 \text{ cm} \quad [0,1\text{п}]$ .

**Tabela 1. Висина цилиндара. [0,65п]**

$m_1$			$m_2$		
$h_1$ [cm] [0,15п]	$\bar{h}_1$ [cm] [0,025п]	$ h_1 - \bar{h}_1 $ [cm] [0,15п]	$h_2$ [cm] [0,15п]	$\bar{h}_2$ [cm] [0,025п]	$ h_2 - \bar{h}_2 $ [cm] [0,15п]
2,980	2,9833	0,0033	2,982	2,98733	0,0053
2,980		0,0033	2,992		0,0046
2,990		0,0066	2,988		0,00067



**14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.**



**Друштво физичара Србије**

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.**

Висине цилиндара износе

$$h_1 = (2,983 \pm 0,007) \text{ cm [0,05п]} \text{ и } h_2 = (2,987 \pm 0,006) \text{ cm [0,05п]}$$

Усредњена висина износи:

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2} = 2,985 \text{ cm}$$

и припадајућа грешка

$$\Delta h = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{2} = 0,0065 \text{ cm}$$

Висина цилиндара коју надаље је потребно користити у задацима износи:

$$h = (2,985 \pm 0,007) \text{ cm [0,1п]}$$

За одређивање унутрашњег и спољашњег полупречника цилиндара, потребно је директно мерити спољашњи и унутрашњи пречник нонијусом.

**Табела 2. Унутрашњи пречник цилиндара. [0,65п]** (Мерење унутрашњег пречника посредно мерећи дебљину тела цилиндра и одузимајући од спољашњег полупречника уноси додатну грешку мерења. Овакав метод доноси 80% бодова за ову величину)

$m_1$			$m_2$		
$R_{1m_1}$ [cm] [0,15п]	$\overline{R_{1m_1}}$ [cm] [0,025п]	$ R_{1m_1} - \overline{R_{1m_1}} $ [cm] [0,15п]	$R_{1m_2}$ [cm] [0,15п]	$\overline{R_{1m_2}}$ [cm] [0,025п]	$ R_{1m_2} - \overline{R_{1m_2}} $ [cm] [0,15п]
0,620	0,6166	0,0033	0,616	0,6166	0,00066
0,614		0,0026	0,620		0,0033
0,616		0,00066	0,614		0,0026

Унутрашњи пречник цилиндара износих

$$R_{1m_1} = (0,617 \pm 0,004) \text{ cm [0.025п]}, \text{ одакле је } r_{1m_1} = (0,308 \pm 0,002) \text{ cm [0.025п]}$$

$$R_{1m_2} = (0,616 \pm 0,004) \text{ cm [0.025п]}, \text{ одакле је } r_{1m_2} = (0,308 \pm 0,002) \text{ cm [0.025п]}$$

Усредњени унутрашњи полупречник цилиндра износи:

$$r_1 = \frac{r_{1m_1} + r_{1m_2}}{2} = 0,308 \text{ cm}$$

и припадајућа грешка

$$\Delta r_1 = \frac{\Delta r_{1m_1} + \Delta r_{1m_2}}{2} = 0,002 \text{ cm}$$

Усредњени унутрашњи полупречник цилиндра износи:

$$r_1 = (0,308 \pm 0,002) \text{ cm [0,1п]}$$





14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.

**Tabela 3. Спољашњи пречник цилиндара. [0,65п]**

$m_1$			$m_2$		
$R_{2m_1}$ [cm] [0.15п]	$\overline{R_{2m_1}}$ [cm] [0.025п]	$ R_{2m_1} - \overline{R_{2m_1}} $ [cm] [0.15п]	$R_{2m_2}$ [cm] [0.15п]	$\overline{R_{2m_2}}$ [cm] [0.025п]	$ R_{2m_2} - \overline{R_{2m_2}} $ [cm] [0.15п]
2,980	2,9813	0,0013	2,980	2,978	0,002
2,980		0,0013	2,974		0,004
2,984		0,0026	2,980		0,002

Спољашњи пречник цилиндара износи

$$R_{2m_1} = (2,981 \pm 0,003) \text{ cm [0.025п]}, \text{ одакле је } r_{2m_1} = (1,491 \pm 0,002) \text{ cm [0.025п]}$$

$$R_{2m_2} = (2,978 \pm 0,004) \text{ cm [0.025п]}, \text{ одакле је } r_{2m_2} = (1,489 \pm 0,002) \text{ cm [0.025п]}$$

Усредњени спољашњи полупречник износи:

$$r_2 = \frac{r_{2m_1} + r_{2m_2}}{2} = 1,4898 \text{ cm}$$

и припадајућа грешка

$$\Delta r_2 = \frac{\Delta r_{2m_1} + \Delta r_{2m_2}}{2} = 0,002 \text{ cm}$$

Спољашњи полупречник цилиндара коју надаље је потребно користити у задацима износи:

$$r_2 = (1,490 \pm 0,002) \text{ cm [0,1п]}$$

**Задатак 4. (5 поена)**

Растојање  $x_0 = (45,00 \pm 0,05) \text{ cm [0,4п]}$

Растојање  $x$  није могуће директно мерити, јер је потребно измерити растојање између ослонца и половине висине цилиндра  $m_1$ . Могуће је мерити растојање од крајева шипке, али се притом уноси додатна несигурност при мерењу дужине шипке. Како се висина цилиндра мери нонијусом и грешка мерења је доста мања у односу на мерење растојања метром, најпрецизније је мерити растојање од ослонца до једног од крајева цилиндра (технички је једноставније мерити у односу на крај цилиндра који је ближи ослонцу). Обележимо ту вредност са  $d$ , где је  $\Delta d = 0,05 \text{ cm [0,1п]}$ . Растојање  $x$  ће у том случају бити  $x = \mp d \mp h/2$  у зависности да ли је цилиндар  $m_1$  изнад или испод ослонца. Грешка је  $\Delta x = \Delta d + \Delta h/2 = 0,06 \text{ cm [0,1п]}$ .

**Табела 4. [4,4п]**

No	$d$ [cm]	$x$ [cm] [0,55п] [0,025п]	$t$ [s] [1,65п] [0,025п]	$\bar{t}$ [s] [0,55п] [0,025п]	$\Delta \bar{t}$ [s] [0,55п] [0,025п]	$T$ [s] [0,55п] [0,025п]		$\Delta T$ [s] [0,55п] [0,025п]	
1.	22,0	-23,5	37,70 37,73 37,74	37,723	<b>0,023</b> 0,0066 0,016	1,88616	<b>1,8862</b>	0,00116	<b>0,0012</b>
2.	19,0	-20,5	35,64 35,61 35,59	35,613	<b>0,026</b> 0,0033 0,023	1,78066	<b>1,7807</b>	0,00133	<b>0,0014</b>
3.	16,0	-17,5	33,66 33,70 33,74	33,7	<b>0,04</b> 0 <b>0,04</b>	1,685	<b>1,685</b>	0,002	<b>0,002</b>



# 14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац

27-28.05.2021.

4.	13,0	-14,5	32,12 32,05 32,12	32,096	0,023 <b>0,046</b> 0,023	1,6048	<b>1,605</b>	0,0023	<b>0,003</b>
5.	10,0	-11,5	30,79 30,60 30,59	30,66	0,13 0,06 <b>0,07</b>	1,533	<b>1,533</b>	0,0065	<b>0,007</b>
6.	7,0	-8,5	29,50 29,50 29,51	29,5033	0,0033 0,0033 <b>0,0066</b>	1,47517	<b>1,4752</b>	0,00033	<b>0,0004</b>
7.	4,0	-5,5	28,45 28,45 28,40	28,433	0,016 0,016 <b>0,033</b>	1,4216	<b>1,4217</b>	0,00166	<b>0,0017</b>
8.	1,0	-2,5	27,57 27,57 27,67	27,603	0,033 0,033 <b>0,066</b>	1,3801	<b>1,380</b>	0,0033	<b>0,004</b>
9.	1,0	2,5	26,49 26,40 26,55	26,48	0,01 <b>0,08</b> 0,07	1,324	<b>1,324</b>	0,004	<b>0,004</b>
10.	3,0	4,5	26,17 26,15 26,13	26,15	<b>0,02</b> 0 <b>0,02</b>	1,3075	<b>1,308</b>	0,001	<b>0,001</b>
11.	6,0	7,5	25,76 25,72 25,65	25,71	0,05 0,01 <b>0,06</b>	1,2855	<b>1,286</b>	0,003	<b>0,003</b>
12.	9,0	10,5	25,35 25,43 25,53	25,436	0,086 0,0066 <b>0,093</b>	1,2718	<b>1,272</b>	0,0046	<b>0,005</b>
13.	12,0	13,5	25,34 25,25 25,20	25,263	<b>0,076</b> 0,013 0,063	1,2631	<b>1,263</b>	0,0038	<b>0,004</b>
14.	15,0	16,5	25,13 25,17 25,10	25,13	0,0033 <b>0,036</b> 0,033	1,2566	<b>1,2567</b>	0,00183	<b>0,0019</b>
15.	18,0	19,5	25,16 25,08 25,15	25,13	0,03 <b>0,05</b> 0,02	1,2565	<b>1,256</b>	0,0025	<b>0,003</b>
16.	21,0	22,5	25,15 25,18 25,14	25,156	0,0066 <b>0,023</b> 0,016	1,25783	<b>1,2578</b>	0,00116	<b>0,0012</b>
17.	24,0	25,5	25,20 25,28 25,27	25,25	<b>0,05</b> 0,03 0,02	1,2625	<b>1,262</b>	0,0025	<b>0,003</b>
18.	27,0	28,5	25,21 25,31 25,38	25,3	<b>0,09</b> 0,01 0,08	1,265	<b>1,265</b>	0,0045	<b>0,005</b>
19.	30,0	31,5	25,48 25,58 25,60	25,553	<b>0,073</b> 0,026 0,046	1,2776	<b>1,2777</b>	0,0036	<b>0,004</b>
20.	33,0	34,5	25,90 25,78 25,91	25,863	0,036 <b>0,083</b> 0,046	1,2931	<b>1,293</b>	0,0041	<b>0,005</b>
21.	36,0	37,5	26,07 26,11 26,10	26,093	<b>0,023</b> 0,016 0,0066	1,30466	<b>1,3047</b>	0,00116	<b>0,0012</b>
22.	39,0	40,5	26,38 26,45 26,37	26,4	0,02 <b>0,05</b> 0,03	1,32	<b>1,32</b>	0,0025	<b>0,003</b>



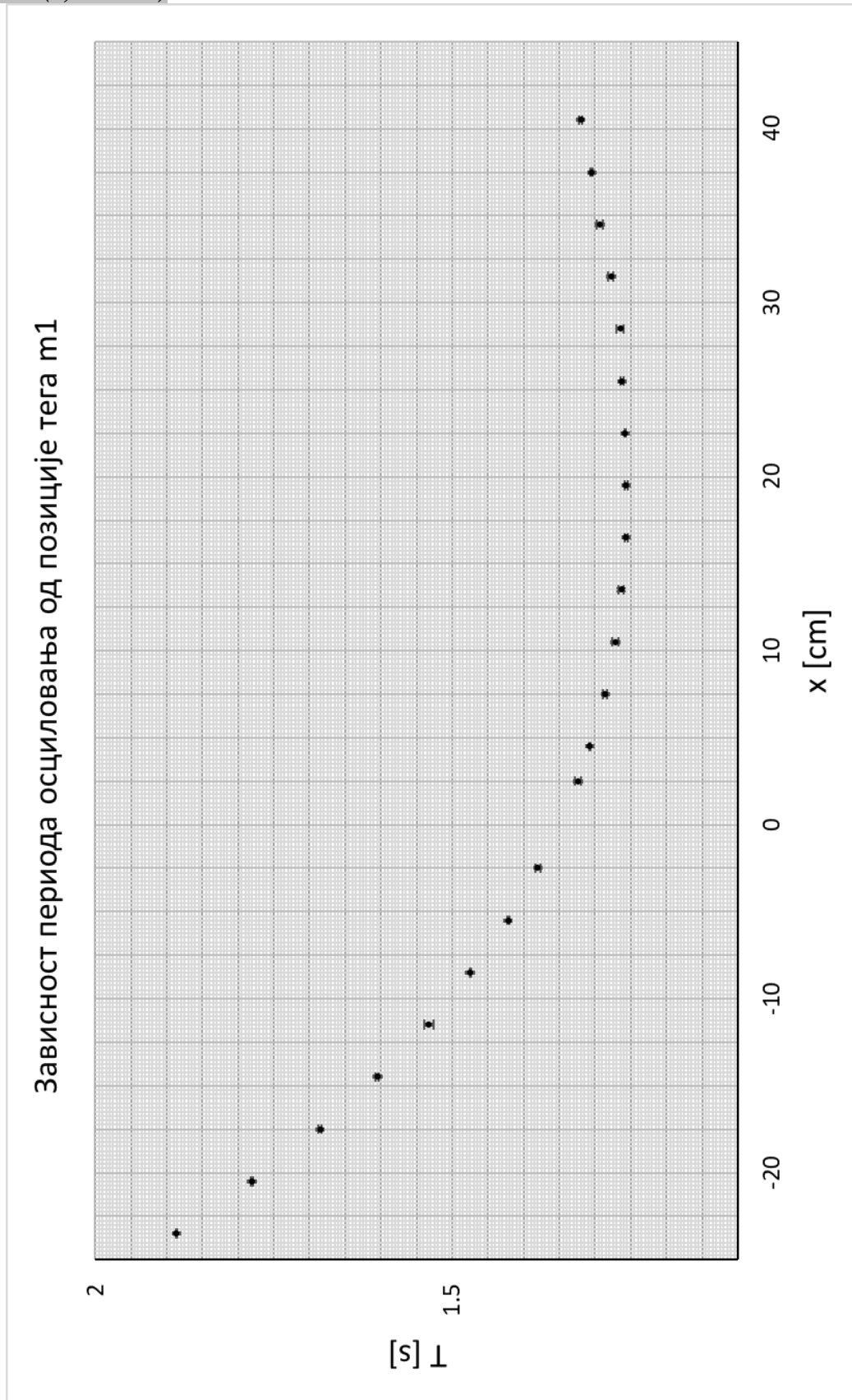
14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.

Задатак 5. (2,7 поена)



Слика 5. [2п]



14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.

Минимални период осциловања са графика на Слици 5 износи  $T = 1,256 \pm 0,003 \text{ s}$  [0,1п]

Период осциловања када је  $x = 0$  износи  $T(x=0) = 1,35 \text{ s}$  [0,1п]

За  $x = 0$ ,  $T^2 B = \frac{4\pi^2}{Mg} A$ , одакле је  $g = \frac{4\pi^2 A}{MT^2 B} = 9,8961 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  [0,05п] и

$\Delta g = \left( \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta M}{M} + \frac{2\Delta T}{T} + \frac{\Delta B}{B} \right) g$  [0,05п], где је

$$\Delta A = \frac{\Delta m}{12} L^2 + \frac{m}{6} L \Delta L + \Delta m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right)^2 + 2m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right) \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta L}{2} \right) + \frac{\Delta m_1 h^2}{6} + \frac{m_1 h \Delta h}{3} +$$

$$\frac{\Delta m_1}{2} (r_1^2 + r_2^2) + m_1 (r_1 \Delta r_1 + r_2 \Delta r_2) + \Delta m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + 2m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right) \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta h}{2} \right)$$

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right) + m \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta L}{2} \right) + \Delta m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right) + m_2 \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta h}{2} \right)}{BM} \quad [0,1п].$$

Вредности константи са грешкама износе:

$$A = (46,4 \pm 0,3) \cdot 10^4 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$B = (15,64 \pm 0,13) \text{ cm}$$

$$\Delta g \approx 0,319 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

одакле је:

$$g = (9,9 \pm 0,4) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [0,2п]$$

**Задатак 6. (6,9 поена)**

Линеаран график је облика  $T^2 \cdot l(x) = f(x^2)$  [0,2п].

Грешка за  $x^2$  је  $\Delta(x^2) = 2x\Delta x$  [0,05п].

Растојање центра масе система од осе ротације се може изразити као  $l = \frac{m_1 x}{M} + B$ , где је

где је  $M = m + m_0 + m_1 + m_2 = 649,7 \text{ g}$ , тј.  $\Delta M = \Delta m + \Delta m_0 + \Delta m_1 + \Delta m_2 = 2 \text{ g}$  [0,1п]

$$B = \frac{1}{M} \left[ m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right) + m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right) \right] \approx 15,648 \text{ cm},$$

$$\Delta B = B \frac{\Delta M}{M} + \frac{1}{M} \left[ \Delta m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right) + m \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta L}{2} \right) + \Delta m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right) + m_2 \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta h}{2} \right) \right] \approx 0,137 \text{ cm} \quad [0,2п].$$

Грешка за  $l$  износи  $\Delta l = \left( \Delta m_1 + \frac{m_1}{M} \Delta M \right) \frac{x}{M} + \frac{m_1}{M} \Delta x + \Delta B$  [0,15п].

Грешка за  $T^2 \cdot l(x)$  износи  $\Delta(T^2 \cdot l(x)) = 2T \cdot l(x) \Delta T + T^2 \Delta l(x)$  [0,1п]

$$M = (650 \pm 2) \text{ g} \quad [0,1п]$$

$$B = (15,65 \pm 0,14) \text{ cm} \quad [0,1п]$$



14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.

Табела 5 [2,2п]

No	$x^2$ [cm <sup>2</sup> ]		$2x\Delta x$ [cm <sup>2</sup> ]		$T^2 \cdot l(x)$ [s <sup>2</sup> cm]		$\Delta(T^2 \cdot l(x))$ [s <sup>2</sup> cm]	
	[0,55п]	[0,025п]	[0,55п]	[0,025п]	[0,55п]	[0,025п]	[0,55п]	[0,025п]
1.	552,25	<b>552</b>	2,82	<b>3</b>	34,37	<b>34,4</b>	0,45	<b>0,5</b>
2.	420,25	<b>420</b>	2,46	<b>3</b>	33,058	<b>33,1</b>	0,43	<b>0,5</b>
3.	306,25	<b>307</b>	2,1	<b>3</b>	31,77	<b>31,8</b>	0,43	<b>0,5</b>
4.	210,25	<b>210</b>	1,74	<b>1,8</b>	30,78	<b>30,8</b>	0,42	<b>0,5</b>
5.	132,25	<b>132</b>	1,38	<b>1,4</b>	29,88	<b>29,9</b>	0,56	<b>0,6</b>
6.	72,25	<b>72</b>	1,02	<b>1,0</b>	29,34	<b>29,3</b>	0,31	<b>0,4</b>
7.	30,25	<b>30</b>	0,66	<b>0,7</b>	28,79	<b>28,8</b>	0,35	<b>0,4</b>
8.	6,25	<b>6,2</b>	0,3	<b>0,3</b>	28,59	<b>28,6</b>	0,42	<b>0,5</b>
9.	6,25	<b>6,2</b>	0,3	<b>0,3</b>	28,54	<b>28,6</b>	0,44	<b>0,5</b>
10.	20,25	<b>20</b>	0,54	<b>0,6</b>	28,71	<b>28,7</b>	0,31	<b>0,4</b>
11.	56,25	<b>56</b>	0,9	<b>0,9</b>	29,01	<b>29,0</b>	0,406	<b>0,4</b>
12.	110,25	<b>110</b>	1,26	<b>1,3</b>	29,63	<b>29,6</b>	0,49	<b>0,5</b>
13.	182,25	<b>182</b>	1,62	<b>1,7</b>	30,45	<b>30,4</b>	0,46	<b>0,5</b>
14.	272,25	<b>272</b>	1,98	<b>2</b>	31,34	<b>31,3</b>	0,37	<b>0,4</b>
15.	380,25	<b>380</b>	2,34	<b>3</b>	32,54	<b>32,5</b>	0,41	<b>0,5</b>
16.	506,25	<b>506</b>	2,7	<b>3</b>	33,82	<b>33,8</b>	0,35	<b>0,4</b>
17.	650,25	<b>650</b>	3,06	<b>3</b>	35,29	<b>35,3</b>	0,44	<b>0,5</b>
18.	812,25	<b>812</b>	3,42	<b>4</b>	36,65	<b>36,6</b>	0,57	<b>0,6</b>
19.	992,25	<b>992</b>	3,78	<b>4</b>	38,64	<b>38,6</b>	0,55	<b>0,6</b>
20.	1190,25	<b>1190</b>	4,14	<b>5</b>	40,86	<b>40,9</b>	0,60	<b>0,6</b>
21.	1406,25	<b>1406</b>	4,5	<b>5</b>	42,89	<b>42,9</b>	0,43	<b>0,5</b>
22.	1640,25	<b>1640</b>	4,86	<b>5</b>	45,24	<b>45,2</b>	0,54	<b>0,6</b>

За исправно нацртан графике дати по 2 поена.

Негативни поени за график, између осталог за:

- График приказан без наслова [-0.05п] (наслов није  $y = f(x)$ )
  - Лоша размера величине графика [-0.05п] (график заузима мање од 1/4 простора папира)
  - Лоша размера подеока [-0.05п] (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)
  - Осе нису обележене и недостају јединице [-0.05п] (за сваку осу[-0.025п])
  - Унете су мерене бројне вредности на осе [-0.05п]
  - Повлачене линије од оса до нанетих тачака [-0.05п]
  - Изабране тачке нису на између тачака на крајевима интервала [-0.05п]
  - Лоше унете, или изостављене, вредности [-1,1], [-0,05] за сваку тачку.
- Лоше унете, или изостављене, вредности грешака [-0,55п] [-0,025] за сваку тачку.

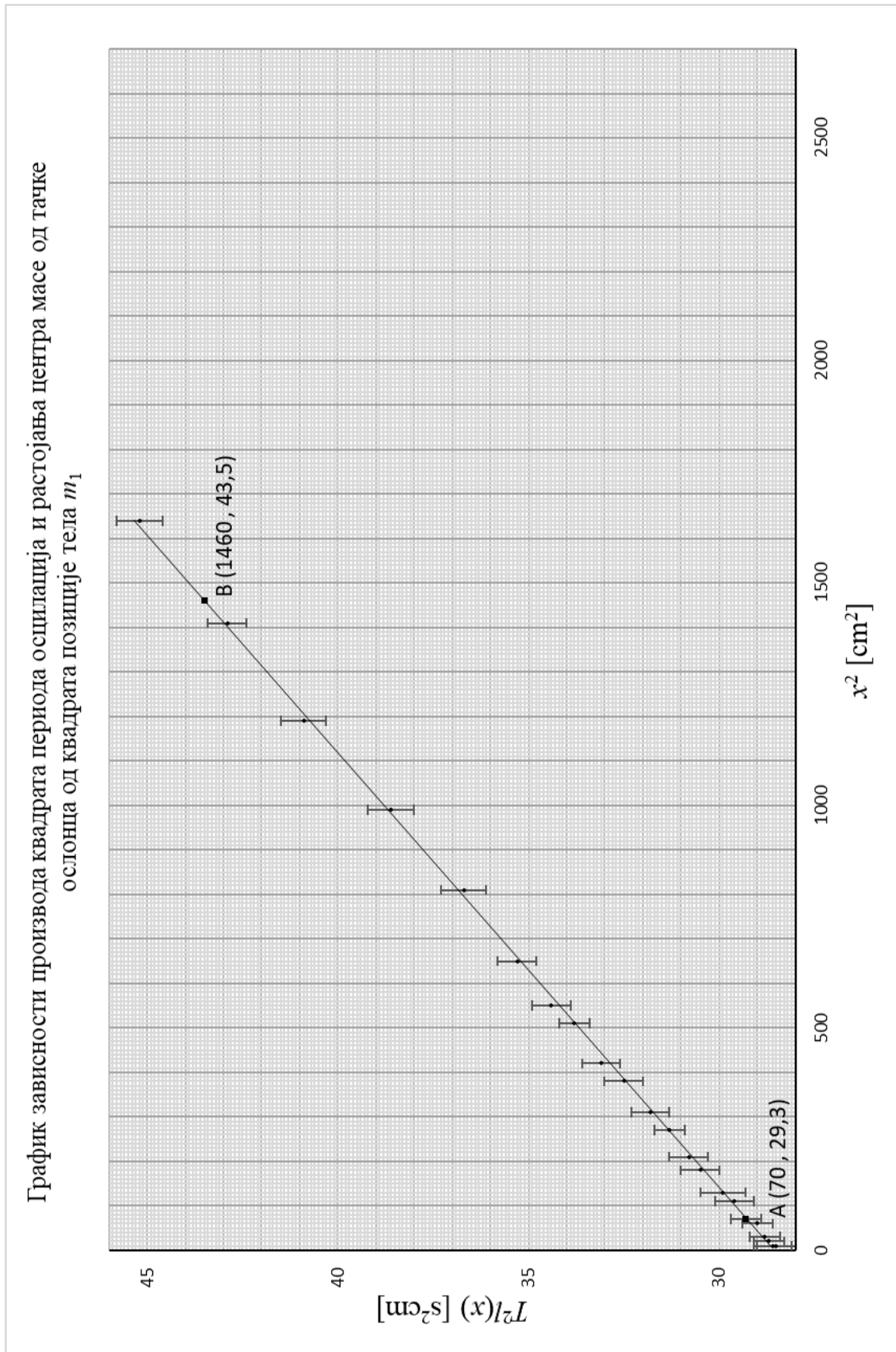


14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.



Слика 6. [2п]



**14. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.**



**Друштво физичара Србије**

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Кragујеvac  
27-28.05.2021.**

Линеаризован график је дат на Слици 5. Две изабране тачке су:

$A(70\text{cm}^2, 29,3\text{s}^2\text{cm})$  - експериментална тачка која лежи на правој и неекспериментална тачка  
 $B(1460\text{cm}^2, 43,5\text{s}^2\text{cm})$  [**0,2 + 0,2п**]. Коефицијент правца праве је:

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{43,5\text{s}^2\text{cm} - 29,3\text{s}^2\text{cm}}{1460\text{cm}^2 - 70\text{cm}^2} \approx 0,01022 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}} \quad [\mathbf{0,1п}].$$

Нека су  $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$  и  $\Delta y_B$  апсолутне грешке одређивања координата  $x_A, x_B, y_A$  и  $y_B$  са графика.

Грешке  $\Delta x_A$  и  $\Delta y_A$  једнаке су експерименталној грешки, док  $\Delta x_B, \Delta y_B$  су једнаке већој од одговарајућих апсолутних грешака суседних експерименталних тачака. Ни једна од ових грешака не може бити мања од тачности очитавања координата са графика односно, најмањег подеока на милиметарском папиру, тако да је  $\Delta x_A = 10\text{cm}^2$  [**0,05п**];  $\Delta x_B = 10\text{cm}^2$  [**0,05п**];  $\Delta y_A = 0,4\text{s}^2\text{cm}$  [**0,05п**] и  $\Delta y_B = 0,6\text{s}^2\text{cm}$  [**0,05п**], на основу чега је грешка вредности коефицијента правца:

$$\Delta k = |k| \left( \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} \right) \approx 0,0009 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}} \quad [\mathbf{0,1п}],$$

$$k = (10,2 \pm 0,9) \cdot 10^{-3} \frac{\text{s}^2}{\text{cm}} \quad [\mathbf{0,1п}].$$

Како је  $k = \frac{4\pi^2 m_1}{Mg}$ , убрзање Земљине теже износи  $g = \frac{4\pi^2 m_1}{Mk} \approx 9,8393 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  [**0,1п**].

Грешку можемо израчунати користећи израз:

$$\Delta g = g \left( \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta k}{k} \right) \approx 0,894 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [\mathbf{0,1п}]$$

Убрзање Земљине теже износи

$$g = (9,8 \pm 0,9) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [\mathbf{0,5п}], \text{ са релативном грешком } \delta_g \approx 9\% \quad [\mathbf{0,1п}].$$

**Задатак 7. (1,3 поена)**

Са графика приказаног на Слици 5 одсечак на у-оси износи:

$T^2 l = 28,6\text{s}^2\text{cm}$ . Грешку за  $\Delta(T^2 l)$  треба узети већу вредност између експерименталне грешке суседне тачке и најмањег подеока са графика,  $\Delta(T^2 l) = 0,5\text{s}^2\text{cm}$ , одакле је  
 $T^2 l = (28,6 \pm 0,5)\text{s}^2\text{cm}$  [**0,2п**].

Убрзање Земљине теже је:

$$g = \frac{1}{T^2 l} \frac{4\pi^2}{M} \left[ \frac{m}{12} L^2 + m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{m_1 h^2}{12} + \frac{m_1}{4} (r_1^2 + r_2^2) + \frac{m_2 h^2}{12} + \frac{m_2}{4} (r_1^2 + r_2^2) + m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right)^2 \right] \quad [\mathbf{0,2п}],$$

$$\text{тј. } g = 9,867 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad [\mathbf{0,1п}]$$





14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Крагујевац  
27-28.05.2021.

$$\Delta g = \frac{\Delta(T^2 l)}{T^2 l} g + \frac{\Delta M}{M} g +$$

$$+ \left\{ \frac{\Delta m}{12} L^2 + \frac{m}{6} L \Delta L + \Delta m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right)^2 + 2m \left( x_0 - \frac{L}{2} \right) \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta L}{2} \right) + \frac{\Delta m_1 h^2}{6} + \frac{m_1 h \Delta h}{3} \right\}$$

$$+ \left\{ \frac{\Delta m_1}{2} (r_1^2 + r_2^2) + m_1 (r_1 \Delta r_1 + r_2 \Delta r_2) + \Delta m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right)^2 + 2m_2 \left( x_0 - \frac{h}{2} \right) \left( \Delta x_0 + \frac{\Delta h}{2} \right) \right\} / \left\{ \frac{T^2 l \cdot M}{4\pi^2} \right\}$$

[0,4п], где је узето у обзир да је  $\frac{m_1 h^2}{12} = \frac{m_2 h^2}{12}$  и  $\frac{m_1}{4} (r_1^2 + r_2^2) = \frac{m_2}{4} (r_1^2 + r_2^2)$ , тј. да су грешке исте.

$$\Delta g = 5,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ [0,2п]}$$

Убрзање Земљине теже износи:

$$g = (10 \pm 6) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ [0,2п]}$$